Le Guide orange concernant les mathématiques est disponible depuis décembre 2020, sur le site Eduscol : https://eduscol.education.fr/1486/apprentissages-au-cp-et-au-ce1

Comme pour son équivalent en français, il s'appuie sur les avancées de la recherche dans ces domaines pour développer des stratégies d'enseignement en classe.

Sommaire

PLAN DU GUIDE : une introduction et 7 chapitres

Introduction : à partir d'un exemple de résolution de problème

« Pierre et Paul ont ensemble 21 images, Pierre a 3 images, combien Paul a-t-il d'images ? »

[Problème à une étape (dans le champ additif) du type parties-tout : rechercher le nombre d'éléments d'une partie en connaissant le nombre d'éléments de l'autre partie et du tout]

Comment se construire une représentation ?

Comment faire évoluer les connaissances et les procédures ? Place de la manipulation et du dessin ? La verbalisation ?

Quelle trace ?

7 CHAPITRES, 1 BIBLIOGRAPHIE et 5 FOCUS

1- quels systèmes de numération enseigner ? Pourquoi et comment

2) Calcul et sens des opérations

3) Résolution de problèmes et modélisation

4) Quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques au CP ?

5) Le jeu dans l'apprentissage des mathématiques

6) Comment analyser et choisir un manuel de mathématiques pour le CP ?

7) Programmer, sa progression au CP

Bibliographie et outils de référence

7 CHAPITRES, 1 BIBLIOGRAPHIE et 5 FOCUS

1 FOCUS (1er chapitre) : *une séquence d'apprentissage sur la numération écrite chiffrée*

2 FOCUS (2ème chapitre) : *l'apprentissage des tables d'additions et une séquence de calcul*

1 FOCUS (3ème chapitre) : *problèmes de type parties-tout et modélisation par le schéma en barres*

1 FOCUS (5ème chapitre) : *analyse des jeux mathématiques*

1- quels systèmes de numération enseigner ? Pourquoi et comment ? P 23 à 48

Deux systèmes de numération :

-Les noms des nombres à l'oral qui se trouvent dans la comptine numérique.

-Les désignations écrites chiffrées. **Distinction petite comptine et grande comptine.**

Grande comptine	vingt	Petite comptine	trente	PC	quarante	PC	cinquante	PC	soixante	GC	quatre-vingts	GC	cent

Figure 3 . La structure de la numération orale.

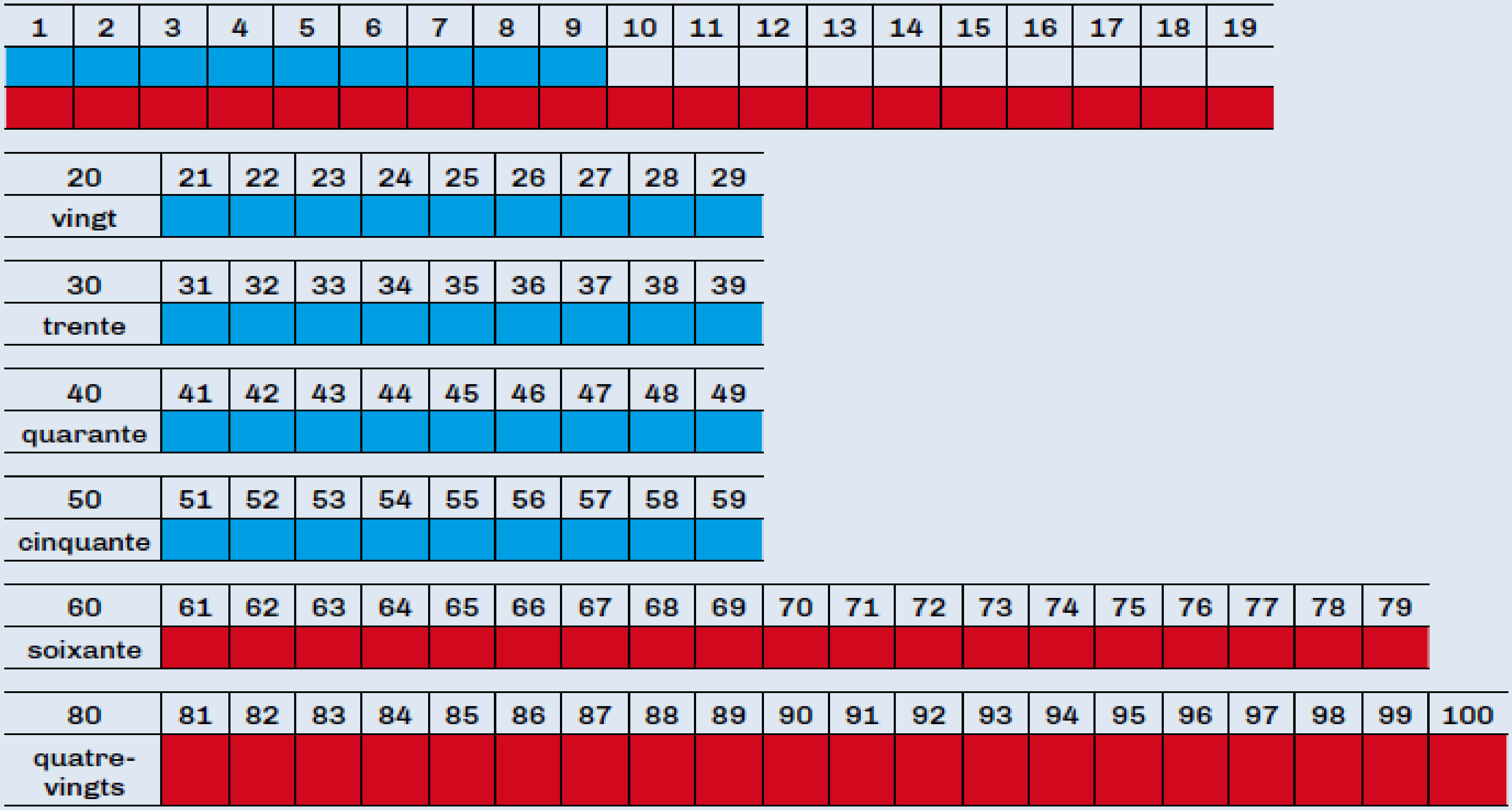


Figure 5 . Exemple de frise numérique. Les sept sections, découvertes et assemblées au fur et à mesure de l'année, forment une unique file.

1- quels systèmes de numération enseigner ? Pourquoi et comment ?

-Un travail sur chaque système de numération doit être mené.

-Comprendre la structure de la comptine numérique pour mieux l’apprendre (les repérants, la grande et la petite comptine, …)

-Comprendre la structure de la numération écrite chiffrée (principe positionnel et principe décimal).

La dizaine au cœur des itinéraires d'enseignement

PROCÉDURE « NOM DU NOMBRE PAR COMPTAGE DE DIX EN DIX »

Obtenir le nom du nombre en considérant le maximum de dizaines, ce qui permet de recourir à la comptine des dizaines (dix, vingt, trente, etc.) puis à celle de un en un pour les éléments restants. L'utilisation de l'écriture chiffrée n'est pas nécessaire.

PROCÉDURE « ÉCRITURE CHIFFRÉE »

Organiser la collection en un maximum de dizaines, puis la coder à l'aide de chiffres. On écrit avec un chiffre le nombre de dizaines et avec un autre celui des éléments restants. On accole ensuite ces chiffres dans l'ordre conventionnel. L'utilisation du nom du nombre n'est pas nécessaire.

Progressions et séances proposées

La dizaine, comment la travailler ? Différentes étapes à partir de comparaison de collections

Une séquence d'apprentissage sur la numération écrite chiffrée : être capable de comparer des nombres en utilisant les écritures chiffrées.

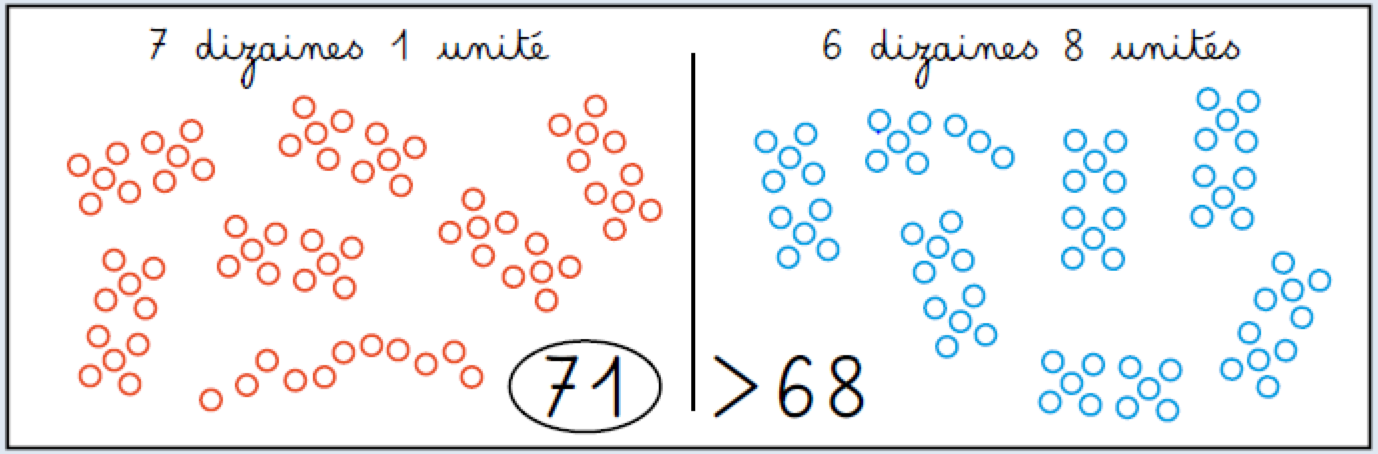


Figure 6. Exemple de la production collective à la fin de la séance 1 « Comparer des nombres », qui pourrait être verbalisée ainsi : *« Tu peux comparer les nombres grâce à leur écriture chiffrée. 71 est plus grand que 68, car dans 71 il y a 7 dizaines alors que dans 68 il y a seulement 6 dizaines. »*

« Tu peux comparer les nombres grâce à leur écriture chiffrée. 71 est plus grand que 68, car dans 71, il y a 7 dizaines alors que dans 68, il y a seulement 6 dizaines. »

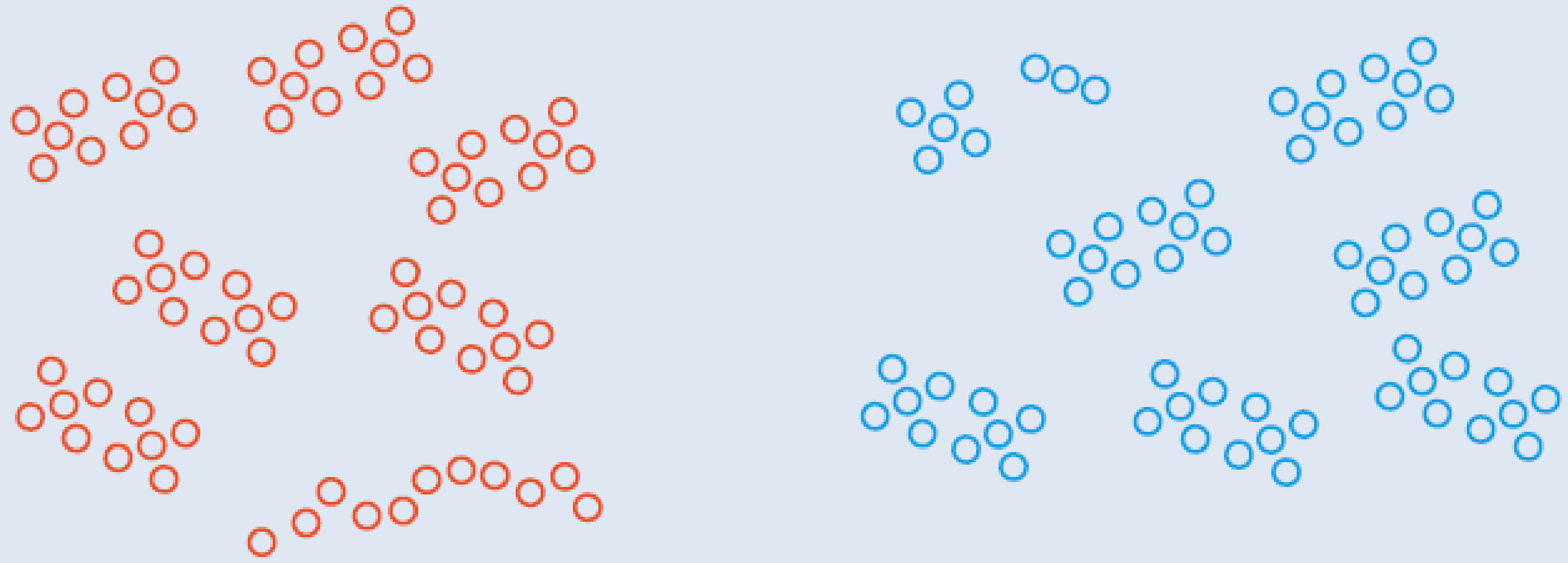


Figure 7. Les deux collections à comparer.

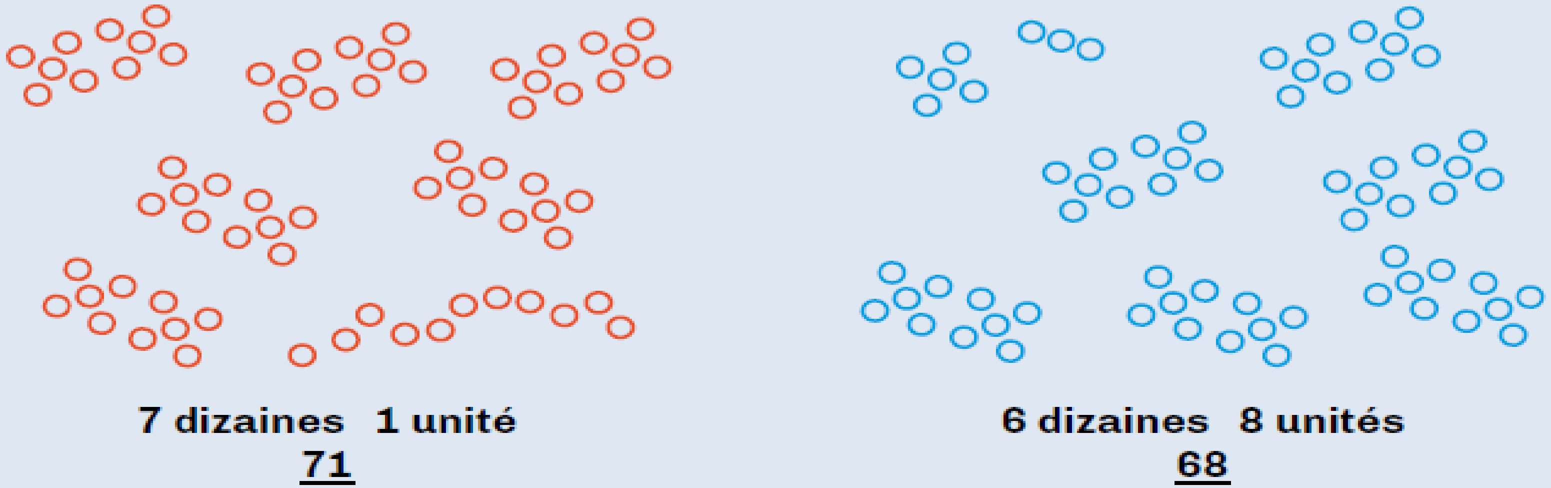


Figure 8. Affichage des deux collections lors de la mise en commun.

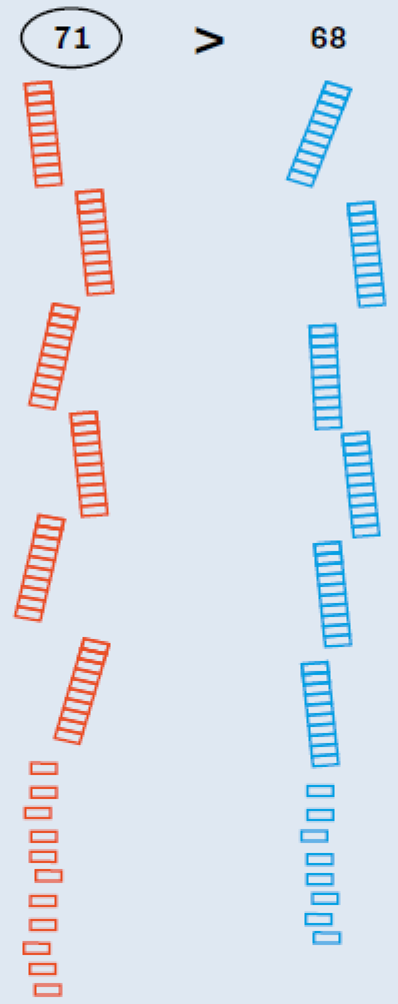


Figure 9. Validation à l'aide d'un matériel de numération aimanté au tableau.

- **Exemple d'exercice dans un contexte « nombre » :**

À chaque fois, entoure le nombre le plus grand et écris ensuite le symbole qui convient : =, < ou >. Tu peux, si tu le veux, vérifier tes réponses avec le matériel de numération.

78 85	91 78	47 74	9 41
70 7	5d 1u 4d 2u	3u 4d 34	5d 17u 6d

- **Exemple d'exercice avec un autre contexte :**

68 élèves doivent partir au cinéma. Le car arrive, il peut transporter 75 élèves. Tous les élèves pourront-ils être transportés ? Explique pourquoi.

En résumé

- Il existe **deux systèmes de numération** dont il convient d'enseigner les principes propres à chacun. Les mots et les chiffres sont les signes constitutifs de chacun d'entre eux. La forme écrite de l'oral « quarante-deux » n'est pas l'écriture chiffrée « 42 ».

- **Deux grands types d'itinéraires** permettent d'enseigner les systèmes. En amont, la dizaine est à concevoir comme synonyme de « dix » et comme nouvelle unité de numération. **Deux procédures de dénombrement sont à enseigner de manière explicite :** l'une permet d'obtenir le nom du nombre sans nécessité de connaître son écriture chiffrée, l'autre permet d'obtenir l'écriture chiffrée du nombre sans nécessité de connaître son nom.

- **Les unités de numération** servent à désigner des quantités et permettent de travailler **l'aspect décimal et l'aspect positionnel de la numération écrite chiffrée**.

- Les comparaisons de collections peuvent servir d'appui à la construction des deux systèmes de numération. Les connaissances sont réutilisées dans diverses activités : représenter, comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres ; calculer. **Un « dialogue » peut s'instaurer entre des procédures** utilisant les ressources de l'un ou de l'autre système.

2) Calcul et sens des opérations P49 à 76

-Enseigner dès le CP, les diverses formes de calcul (mental, en ligne, posé).

CALCUL MENTAL	CALCUL EN LIGNE	CALCUL POSÉ
Modalité de calcul sans recours à l'écrit.	Modalité de calcul écrit ou partiellement écrit sans utilisation des algorithmes d'opérations posées.	Modalité de calcul écrit qui requiert l'application d'un algorithme opératoire.

Le **calcul mental** mobilise le plus souvent la numération orale[15], le **calcul en ligne** peut s'appuyer sur les deux systèmes de numération décrits dans le chapitre 1 (numérations orale et écrite chiffrée) et le **calcul posé** va se référer à la numération écrite chiffrée.

La situation de la boîte : une situation de référence du champ additif au CP

« Je mets quatre jetons dans la boite et encore trois jetons. A vous de trouver combien il y a de jetons dans la boite. Nous vérifierons ensuite vos réponses en ouvrant la boite. »

Appropriation	*Temps 1*	*Temps 2*	*Temps 3*
Matériel disponible et jetons visibles.	**Blocage de la manipulation, utilisation d'outils.**	**Blocage de la manipulation, limitation des outils.**	**Absence de manipulation et d'outils.**
Procédures de dénombrement élémentaire.	Procédures de dénombrement élémentaire.	Procédures de dénombrement s'appuyant sur des représentations symboliques.	Procédures relevant du calcul.

Le retour au matériel permet la validation des procédures.

Processus d'ABSTRACTION

Figure 11. Schéma des différents temps de la situation de la boîte.

Quelles opérations enseigner au CP ?

Acquisition du sens des 4 opérations dès le CP.

L'addition et la soustraction, même champ conceptuel, **même apprentissage**

En CP apparition des symboles +, - , **= (vigilance sur l'utilisation du signe =)**

La multiplication et la division : encourager l'apprentissage du sens.

— Problème 1 : « *On remplit 4 sacs avec 5 pommes chacun. Combien faut-il de pommes ?* »

— Problème 2 : « *Trois enfants se partagent une tablette de chocolat de 12 carreaux. Combien de carreaux de chocolat aura chaque enfant ?* »

— Problème 3 : « *Il y a 18 élèves dans la classe. Pour participer à une rencontre sportive, le professeur constitue des équipes de 3 élèves. Combien y aura-t-il d'équipes ?* »

Comment enseigner la calcul mental et le calcul en ligne au CP ?

-Un enseignement structuré et une pratique régulière et répétée.

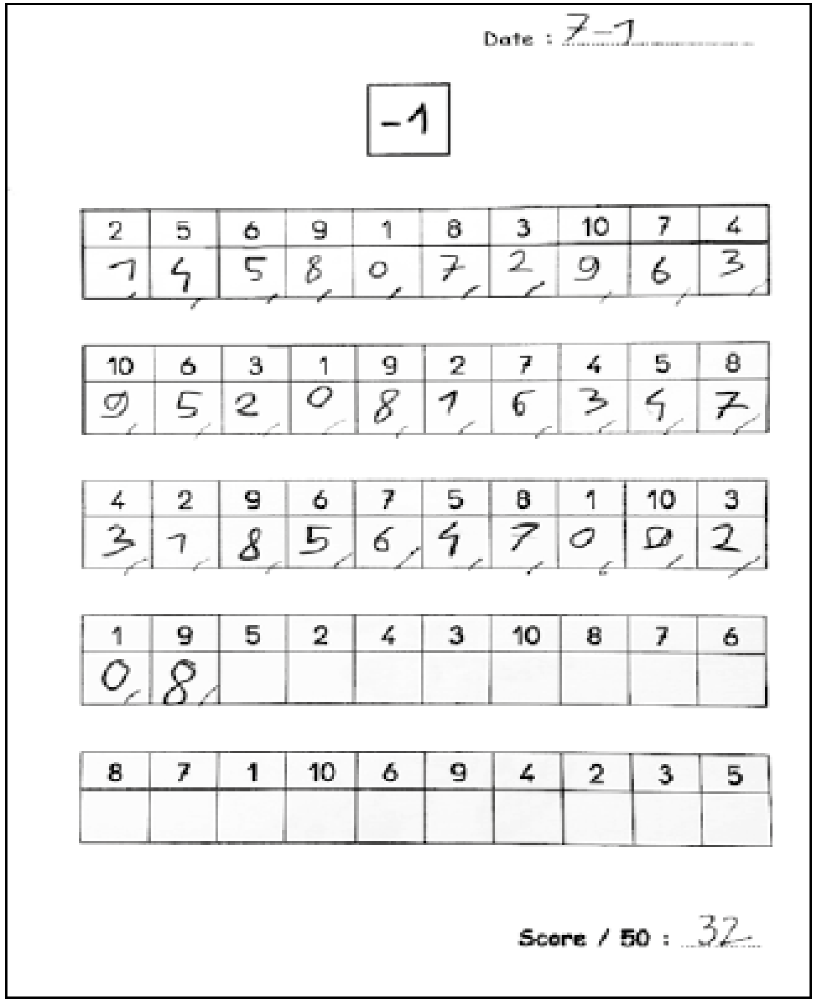
-Mémoriser les faits numériques : *« les faits numériques sont les résultats de calculs mémorisés, disponibles immédiatement (soulagement de la mémoire de travail) ».*

FAITS NUMÉRIQUES	EXEMPLES
COMPLÉMENTS à 10	Combien faut-il ajouter à 7 pour avoir 10 ? 7 + ... = 10
DOUBLES des nombres ≤ 10, ainsi que des dizaines entières (jusqu'à 50)	7 + 7 = ? 20 + 20 = ? Quel est le double de 7 ? de 20 ?
MOITIÉS des nombres pairs ≤ 20	Quelle est la moitié de 18 ?
LES DÉCOMPOSITIONS ADDITIVES des nombres ≤ 10	Donner 5 décompositions de 9
TABLES D'ADDITION des nombres ≤ 10	6 + 3 = ? 3 + ... = 9 9 – 3 = ?

Comment enseigner la calcul mental et le calcul en ligne au CP ?

-Développer la fluence en calcul, augmenter la vitesse de calcul des élèves.

Par exemple en proposant une série de calculs dans un Temps limité, sans ordre.



Date : 7-1

-1

2	5	6	9	1	8	3	10	7	4
1	4	5	8	0	7	2	9	6	3

10	6	3	1	9	2	7	4	5	8
9	5	2	0	8	1	6	3	4	7

4	2	9	6	7	5	8	1	10	3
3	1	8	5	6	4	7	0	9	2

1	9	5	2	4	3	10	8	7	6
0	8								

8	7	1	10	6	9	4	2	3	5

Score / 50 : 32

Figure 12. Production d'élève de CP en Rep+.

FOCUS : l'apprentissage des tables d'addition p60

« La principale difficulté rencontrée est que les élèves apprennent des résultats qui n'ont pas de sens pour eux. L'idée est de proposer une nouvelle démarche d'apprentissage, fondée sur les relations entre les nombres. Cette démarche repose sur un découpage du tableau de Pythagore en différents secteurs qui correspondent à une connaissance ou à une stratégie de calcul. »

FAMILLES	EXEMPLES	FAITS NUMÉRIQUES OU PROCÉDURE ÉLÉMENTAIRE
1. Les suivants	3 + 1 5 + 1	Procédure élémentaire
2. Les règles de numération	10 + 5 10 + 7	Faits numériques
3. Les doubles	2 + 2 3 + 3	Faits numériques
4. Les compléments à 10	2 + 8 4 + 6	Faits numériques
5. Les presque-doubles	4 + 5 6 + 7	Procédure élémentaire
6. Les sommes inférieures à 10	3 + 6 7 + 2	Faits numériques
7. Le passage par 10	7 + 5 6 + 8	Procédure élémentaire

Figure 14. Les différentes familles de calculs.

Le calcul en ligne

-Entrainer la mise en œuvre (implicite) des propriétés des nombres et des opération. **Être au clair sur les propriétés des opération.**

-Institutionnaliser les procédures et leur efficacité. Hiérarchiser. Garder des traces.

-Exemple de fin de CP : ajouter 9 à un nombre.

EXEMPLE DE TRACE ÉCRITE

Pour ajouter 9 à un nombre,

— si le nombre se termine par 0, on peut ajouter directement les 9 unités : 20 + 9 = 29 ;
— si le nombre se termine par 1, on peut utiliser le complément à 10 : 31 + 9 = 30 + 1 + 9 = 30 + 10 = 40 ;
— dans les autres cas, on peut faire « + 10 − 1 » : 47 + 9 = 47 + 10 − 1 = 57 − 1 = 56.

Estimation et calcul

« L'amélioration des performances en calcul est corrélée à des progrès dans l'évaluation globale (estimation) du résultat du calcul [...]. Les élèves [...] ne savent pas ou ne comprennent pas ce qu'est une estimation. Ils la définissent souvent comme un « devinement ». Les stratégies utilisées se répartissent en 3 familles : arrondir (rendre le calcul plus facile), traduire sous forme d'une autre opération (somme de 5, 6, 7, 8, 9 → 7 x 5), compenser. Arrondir est la plus fréquente, compenser la plus rare. De manière générale, les élèves préfèrent le calcul exact même si on leur demande une estimation et des différences individuelles fortes existent. »

Michel Fayol, L'Acquisition du nombre, PUF, coll. « Que sais-je », p. 73, 2012.

Dès le CP, les habiletés en calcul peuvent se manifester dans l'estimation de l'ordre de grandeur d'une quantité. Les élèves apprendront après le CP à estimer le résultat d'un calcul soit pour l'anticiper soit pour le contrôler après l'avoir réalisé notamment en résolution de problèmes.

Les premiers exercices de calculs approchés peuvent être centrés sur la détermination du choix d'un ou plusieurs résultats plausibles parmi un ensemble de résultats fournis.

QUEL EST LE NOMBRE LE PLUS PROCHE ?		
17 + 4 = ?	17 – 5 = ?	35 + 27 = ?
20 30 40	10 20 30	40 50 60

On pourra aussi poser en parallèle des petits problèmes[27] :

— *J'ai 30 € dans mon porte-monnaie, je veux acheter un gâteau à 15 € et un autre à 17 €. Ai-je assez d'argent ou pas ?*
— *Il y a 27 élèves dans notre classe, s'il y avait 5 nouveaux, serions-nous plus de 30 ?*

Ce réflexe de l'estimation, une fois pris, pourra être conservé pour poser l'opération seulement si c'est nécessaire et plus tard prendre la calculatrice uniquement si le calcul est vraiment compliqué.

Comment enseigner l'addition posée ?

-Seul algorithme enseigné au CP, Période 3 ou 4, à la suite de l'enseignement du calcul mental et du calcul en ligne.

-L'enseignement des techniques opératoires est associé à la compréhension des nombres et les principes de la numération écrite chiffrée (alignement des chiffres, retenue, …).

-Réinvestir les faits numériques et les connaissances de la numération écrite chiffrée (aspect positionnel et décimal).

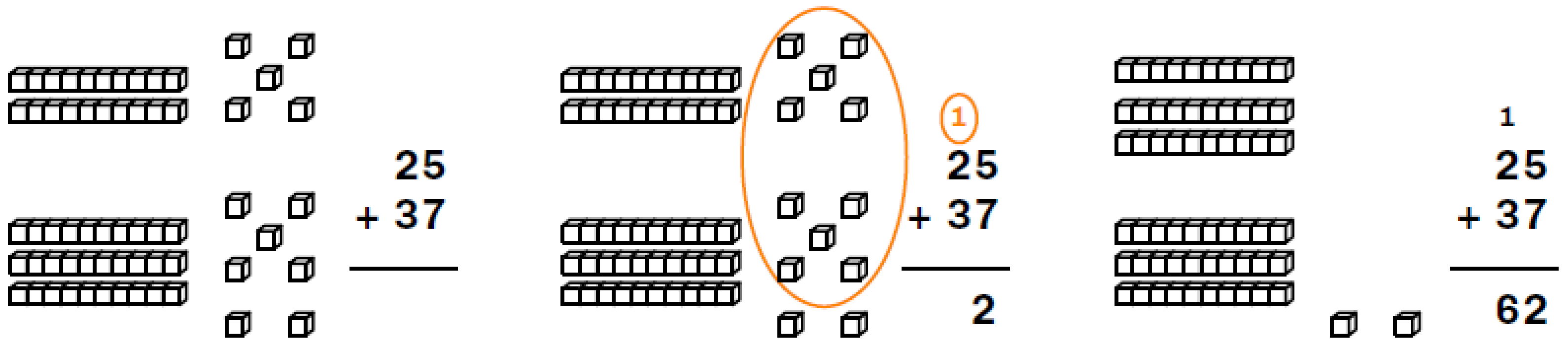


Figure 18. Explicitation de l'addition posée à l'aide d'un matériel de numération.

Comment enseigner l’addition posée ?

-extension de la technique à la somme de 3 ou 4 termes en fin de CP.

-CE1 et CE2, additions de nombres de plus de 2 chiffres.

LES OUTILS DE LA TRACE ECRITES POUR LES 3 FORMES DE CALCUL

L’ardoise : utile pour travailler l’automatisation mais ne garde pas de trace.

Le cahier de brouillon ou d’essais : pour garder trace des procédures.

Le cahier de leçons : résultats à connaître et mémoriser.

Affichages

Cahier du jour

Quelques difficultés fréquentes autour du calcul

-Face à la difficulté des élèves :

faire verbaliser, varier les outils de modélisation, mobiliser le jeu.

La difficulté à comprendre le langage symbolique du calcul, introduire les symboles (=, +, -) au premier trimestre.

Les difficultés à mémoriser et mobiliser le répertoire additif. Dépasser la procédure de comptage avec les doigts au profit d'autres procédures de calcul mental.

Les difficultés à réaliser une addition posée : erreur de disposition/de gestion de la retenue/de calculs

<u>FOCUS</u> : une séquence de calcul p73 - principes

Le calcul mental et le calcul en ligne doivent faire l'objet d'une pratique quotidienne d'au moins 15 minutes. On privilégiera, dans le cadre de plans de séquences, l'alternance de séries de séances courtes (10-15 minutes) avec des séances longues (30-45 minutes).

Une séance **longue** de calcul peut être organisée selon les trois temps ci-dessous, une séance courte se limite aux temps 1 et 2.

TEMPS 1	**Échauffement :** activité très courte (max. 5 min) pour réactiver des faits numériques ou relations entre les nombres déjà mémorisés. Elle vise la réussite de tous.
TEMPS 2	**Entraînement :** activité de mémorisation des faits numériques ou de mobilisation de procédures élémentaires. Différentes modalités de travail (procédé Lamartinière, application en ligne comme Plickers par exemple, jeux, petits problèmes, etc.) peuvent être proposées.
TEMPS 3	**Recherche :** activité qui nécessite un temps de recherche individuel des élèves et qui autorise l'usage de l'écrit. Elle donne lieu à une explicitation et hiérarchisation des procédures.

Pour atteindre les objectifs visés, les séances de calcul ne peuvent s'improviser et doivent s'inscrire dans une progression. Comme pour tous les apprentissages,
il faut une structure, une gradation de la difficulté, une explicitation des procédures et de l'entraînement, ce qui implique la mise en place de plans de séquence.

Exemple de séquence sur les « presque doubles » p74.

En résumé

- **L'ambition de l'enseignement du calcul au CP est de développer une pratique aisée du calcul** sous ses différentes formes (calcul mental, en ligne, posé), s'appuyant sur des faits numériques à mémoriser et des procédures élémentaires à automatiser. Il articule un travail à la fois fréquent sur les nombres, leurs propriétés et les opérations, mais aussi sur une gradation de la difficulté rencontrée. Il convient de donner au **calcul mental et au calcul en ligne une place prépondérante** dans l'enseignement du calcul.

- La **manipulation** et la **verbalisation** jouent des rôles essentiels dans le processus d'**abstraction**, notamment en favorisant la compréhension du sens de l'opération et l'introduction progressive du symbolisme (+, -, =).

- L'**institutionnalisation** des apprentissages en calcul mental et calcul en ligne doit faire l'objet d'une attention particulière. Il est nécessaire de hiérarchiser les procédures mises en place par les élèves, de débattre et de statuer sur leur portée. Ces éléments constituent alors une **trace écrite** claire dans les cahiers des élèves.

3) Résolution de problèmes et modélisation p77 à 102

Au cycle 2, les programmes placent « *la résolution de problèmes au centre de l'activité mathématique des élèves* » et précisent que « *les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements* ».

La résolution de problèmes doit débuter dès le début de l'année de CP et reposer sur un travail régulier et structuré. Il est important de ne pas différer cet enseignement et de ne pas le corréler à l'autonomie en lecture des élèves.

La lecture des programmes met en évidence un triple objectif autour des problèmes :

— apprendre aux élèves à résoudre des problèmes ;
— aborder de nouvelles notions (numération décimale, sens des opérations, langage mathématique) et **consolider ces acquisitions** ;
— développer les capacités des élèves à chercher, raisonner et communiquer, c'est-à-dire à acquérir des compétences potentiellement transférables.

Cela nécessite[32] de conduire, année après année, et dès le plus jeune âge, un travail structuré et régulier pour faire acquérir aux élèves les connaissances et les compétences leur permettant de :

— comprendre le problème posé ;
— établir une stratégie pour le résoudre (en faisant par exemple des analogies avec un modèle connu, en décomposant ou recomposant le problème en sous-problèmes, en s'appuyant éventuellement sur des outils auxiliaires, par exemple un schéma ou un tableau, en faisant des essais, en partant de ce que l'on veut trouver) ;
— mettre en œuvre la stratégie retenue ;
— revenir sur la solution et prendre du recul sur leur travail.

Les attendus de fin d'année de CP fixent ce que les élèves doivent savoir faire et constituent des éléments pour envisager la progressivité des apprentissages pour ce domaine des mathématiques. Concernant la résolution de problèmes, cela peut se résumer dans le tableau suivant :

CHAMP ADDITIF	CHAMP MULTIPLICATIF
– Résoudre des problèmes additifs et soustractifs en une ou deux étapes ; – Modéliser ces problèmes à l'aide de schémas ou d'écritures mathématiques ; – Connaître le sens des signes « + » et « – ».	– Résoudre des problèmes de multiplication ou de division, en une étape, sur des petits nombres, avec le recours à la manipulation.

De quels problèmes parle-t-on ?

3 types de problèmes (Catherine HOUDEMENT)

Les problème basiques (élémentaires), une étape, un seul type d'opération, énoncé court, syntaxe simple, sans information superflue, deux données pour en trouver une troisième.

Exemple de problème basique en CP : « *Il y a 36 oiseaux dans l'arbre, 21 oiseaux s'envolent. Combien en reste-t-il ?* »

Les problèmes complexes : « des agrégats de problèmes basiques », plusieurs étapes, important de proposer des problèmes à 2 étapes dès le début du cycle 2.

Exemple de problème complexe en CP : « *Dans la bibliothèque de la classe, il y a 84 livres. Il y a 35 albums jeunesse, 21 bandes dessinées. Les autres sont des livres documentaires. Combien y a-t-il de livres documentaires ?* »

Les problèmes atypiques ou « pour apprendre à chercher » : inventivité et prise de risque

Exemple de problème en CP : « *On veut habiller des clowns avec des costumes constitués d'un chapeau et d'un pantalon. Les chapeaux peuvent être rouge, jaune ou vert. Les pantalons peuvent être bleu, orange, marron ou noir. Combien de costumes peut-on constituer ?* »

Les fondamentaux de la démarche d'enseignement de la résolution de problèmes (maternelle/cycle2)

Vers l'abstraction : de la manipulation à la représentation symbolique en passant par la verbalisation.

3 étapes : **la manipulation**, distinguer manipulation passive/manipulation active.

MANIPULATION PASSIVE ET MANIPULATION ACTIVE :

EXEMPLE AVEC LA SITUATION DE LA BOÎTE[37]

Manipulation passive : le professeur dispose **A** jetons dans la boîte, puis **B** jetons et pose la question du nombre total de jetons dans la boîte. Les élèves ont accès au contenu de la boîte et peuvent se contenter de lire le résultat en recomptant les jetons.

Manipulation active : le professeur montre successivement les deux collections de jetons et les place dans la boîte, la referme et pose la question. Dans ce cas, l'élève va mobiliser des représentations mentales et ses connaissances sur les nombres, ainsi que des procédures de plus haut niveau pour résoudre le problème.

La manipulation n'est donc pas une finalité mais une étape intermédiaire permettant d'engager un travail cognitif. Le matériel change progressivement de statut ; de matériel pour constater, observer, il devient matériel pour valider ce qu'on est capable d'anticiper. Il permet de raisonner sur les procédures.

Les fondamentaux de la démarche d'enseignement de la résolution de problèmes (maternelle/cycle2)

De la manipulation à la représentation symbolique : se représenter quelque chose sans l'avoir sous les yeux, ses représentations évoluent.

L'exemple suivant [38] illustre la progressivité, au niveau de la maternelle et au CP :

« Au supermarché, j'ai acheté 4 pommes rouges et 2 pommes vertes. Combien ai-je de pommes dans mon panier ? »

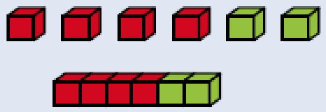
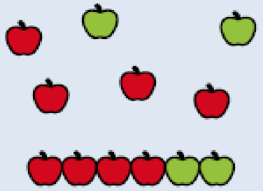
MODE SENSORI-MOTEUR[39]	Manipulation d'objets tangibles proches de la réalité : 	Manipulation d'objets tangibles figuratifs : 
MODE IMAGÉ	Représentations imagées des objets tangibles proches de la réalité : 	• Représentation avec un schéma :  • Représentation présymbolique (schéma en barres + écriture symbolique) : 
MODE SYMBOLIQUE	Écriture en langage mathématique : $4 + 2 = 6$	

Figure 19. Progression des représentations.

39 — Jerome Bruner, dans *The Relevance of education* (1973), emploie les termes respectifs « *mode énactif* », « *mode iconique* » et « *mode symbolique* ».

Les fondamentaux de la démarche d’enseignement de la résolution de problèmes (maternelle/cycle2)

Lien avec la maternelle et importance du matériel

La place de la **verbalisation** dans l’accès à l’abstraction : du point de vue du professeur et de l’élève.

Faire évoluer les procédures :

Pour rappel, les trois types de stratégies codifiés sont :

- **Stratégie 1** : stratégies de dénombrement plutôt élémentaires ;
- **Stratégie 2** : stratégies de dénombrement s’appuyant sur des représentations symboliques des collections ;
- **Stratégie 3** : stratégies de (ou proches du) calcul, plus ou moins explicitées ou formalisées.

Il y a 8 cubes dans une boîte. Moussa puis Marion ajoutent des cubes dans la boîte. Moussa en ajoute 4. Ensuite, Marion en ajoute 2.

- Combien y-a-t-il de cubes dans la boîte à la fin ? 14

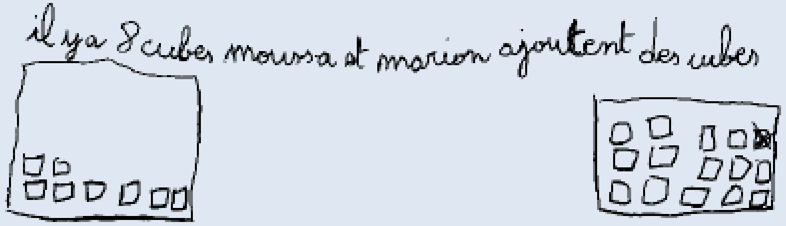


Figure 21. Stratégie de type 1.

ÉLÈVE 4

PROBLÈME

Il y a 8 cubes dans une boîte. Moussa puis Marion ajoutent des cubes dans la boîte. Moussa en ajoute 4. Ensuite, Marion en ajoute 2.

- Combien y-a-t-il de cubes dans la boîte à la fin ?

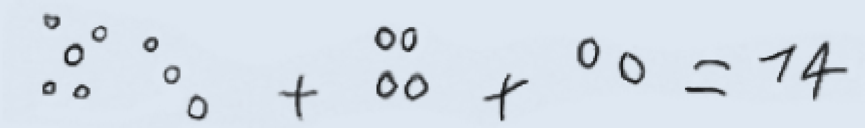


Figure 24. Stratégie hybride de types 2 et 3 qui associe représentation imagée et approche du calcul.

Problèmes arithmétiques au CP et au cycle 2 : la modélisation pour aider à résoudre des problèmes

Distinguer **représentation** et **modélisation**

Faire le lien avec la numération et le calcul

➔ *« Lucie a 12 billes bleues et 23 billes rouges. Combien a-t-elle de billes en tout ? »*

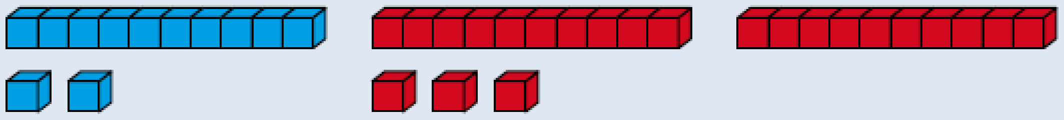


Figure 25. Réunir deux collections pour trouver un tout.

➔ *« Lucie avait 36 billes avant la récréation. Elle en a perdu 12 pendant la récréation. Combien de billes a Lucie après la récréation ? »*

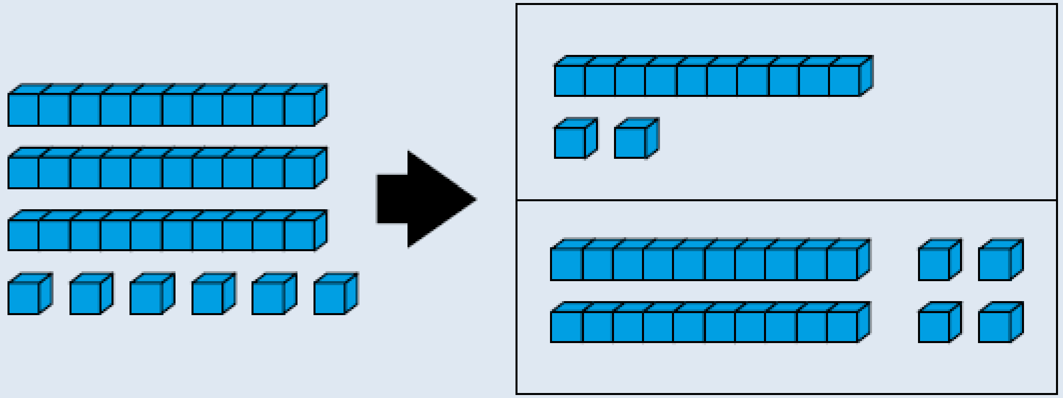


Figure 26. Scinder une collection en deux pour trouver une partie.

➔ *« Lucie a 16 billes bleues et 25 billes rouges. Combien a-t-elle de billes en tout ? »*

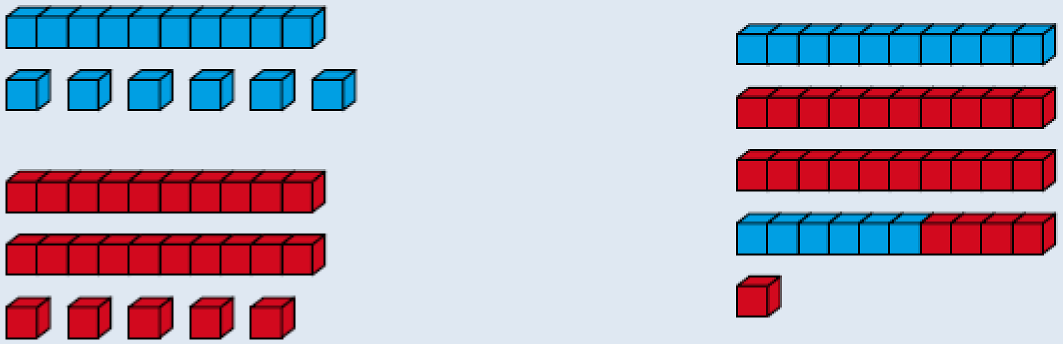


Figure 27. Regrouper 10 unités pour former une dizaine entière.

Problèmes arithmétiques au CP et au cycle 2 : la modélisation pour aider à résoudre des problèmes

➔ « *Lucie avait 32 billes avant la récréation. Elle en a perdu 14 pendant la récréation. Combien de billes a Lucie après la récréation ?* »

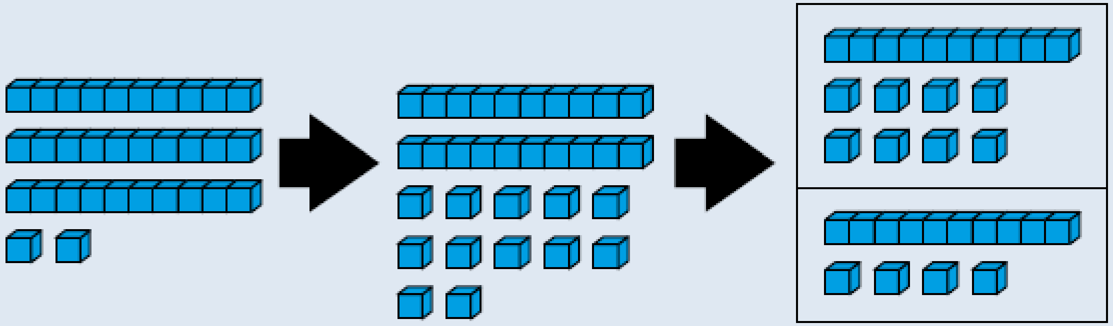


Figure 28. « Casser une dizaine entière ».

-Vf pages 91 et 92 : 3 exemples de productions d'élèves pour illustrer la modélisation.

Problèmes arithmétiques au CP et au cycle 2 : la modélisation pour aider à résoudre des problèmes

<u>Les problèmes additifs</u> : passer du dessin figuratif au schéma grâce au matériel

L'objectif pour le professeur n'est pas d'enseigner une **typologie de problèmes** pouvant relever de ce champ additif, mais plutôt d'aider les élèves à modéliser en utilisant des schémas, des nombres, des opérations pour résoudre ces problèmes.

4 problèmes se ramenant au même type de schéma :

1. *Léo et Lucie ont 43 billes à eux deux. Léo a 6 billes. Combien Lucie a-t-elle de billes ?*

2. *Lucie avait 43 billes ce matin. Elle a perdu 6 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?*

3. *Lucie avait 43 billes ce matin. Elle a perdu 37 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?*

4. *Lucie a gagné 6 billes à la récréation. Maintenant elle a 43 billes. Combien de billes avait-elle avant la récréation ?*

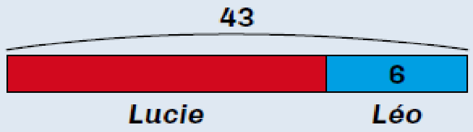


Figure 32. Problème 1.

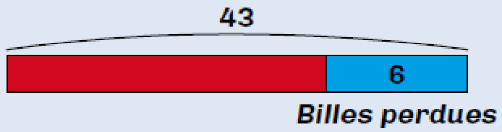


Figure 33. Problème 2.

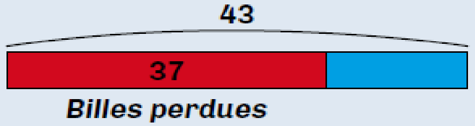


Figure 34. Problème 3.

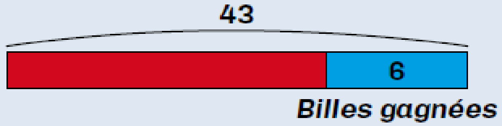


Figure 35. Problème 4.

FOCUS : problèmes de type parties-tout et modélisation par le schéma en barres p94

Les problèmes additifs sont les premiers rencontrés en CP.

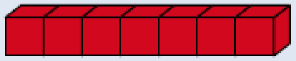
Commencer par des problèmes additifs simples (partie 1 + partie 2 = tout)

UN EXEMPLE DE PROBLÈME ET DE MODÉLISATION PROGRESSIVE

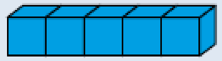
PAR LE SCHÉMA EN BARRES

➔ *« Léo a 7 billes rouges et 5 billes bleues. Combien Léo a-t-il de billes en tout ? »*

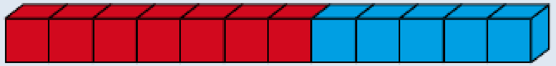
La résolution de ce problème à l'aide de 7 cubes rouges :



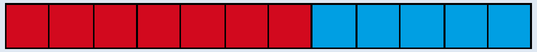
et 5 cubes bleus :



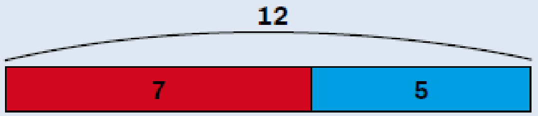
fait apparaître l'assemblage :



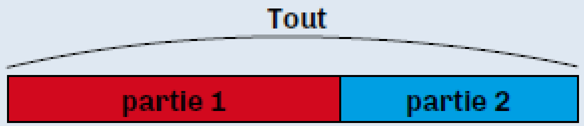
puis le schéma :



et enfin le schéma en barres :



Il correspond au schéma générique suivant :



Ces automatismes additifs installés vont rendre l'introduction de la soustraction naturelle. La soustraction est modélisée par le même schéma que la situation additive, mais pour la recherche d'une partie alors que le tout est connu :

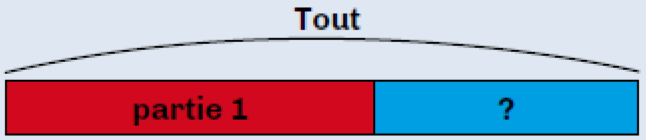


Figure 36. Modélisation d'une situation soustractive par un schéma en barres.

FOCUS : problèmes de type parties-tout et modélisation par le schéma en barres p96

Les problèmes multiplicatifs :

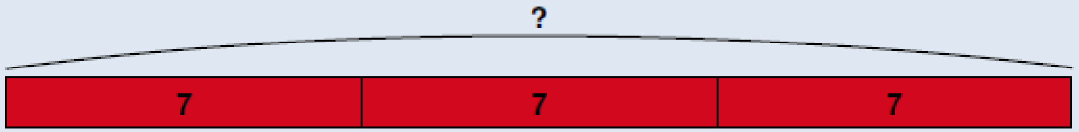
Ces problèmes permettent de construire le sens de la multiplication et de la division. Ils correspondent aux situations (de parts égales) où on cherche : le tout (multiplication), la valeur d'une part (partage/partition), le nombre de parts (quotition).

Exemples (respectifs) :

- *« Paul apporte 3 paquets de biscuits. Il y a 7 biscuits dans chaque paquet. Combien y a-t-il de biscuits en tout ? »*
- *« Trois enfants se partagent 18 images. Combien d'images aura chaque enfant ? »*
- *« Il y a 24 élèves dans la classe. Pour participer à un tournoi de sport, le professeur constitue des équipes de 4 élèves. Combien y aura-t-il d'équipes ? »*

Exemple : *« Paul apporte 3 paquets de biscuits. Il y a 7 biscuits dans chaque paquet. Combien y a-t-il de biscuits en tout ? »*

En réunissant les cubes dans des barres de 7, le professeur peut proposer le schéma en barres suivant qui permet de voir 3 fois 7 :

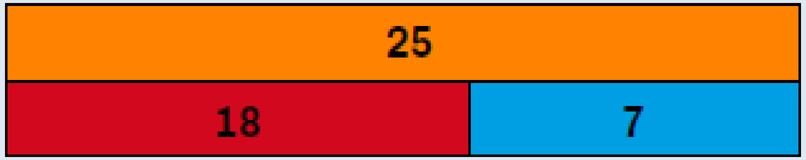


Un fait mathématique important à souligner par le professeur auprès des élèves lors de l'enseignement de la résolution de problèmes multiplicatifs est la « symétrie » qui existe entre les problèmes multiplicatifs et les situations de partage. Les problèmes de quotition (recherche du nombre de parts) sont souvent plus difficiles à résoudre que les problèmes de partage (recherche de la valeur d'une part). Un des objectifs importants pour le cycle 2 est de faire comprendre le lien entre ces deux types de problèmes qui relèvent de la même opération.

Quelques éléments du continuum didactique au cycle 2 et au cycle 3

Le sens des opérations et la « symétrie » entre les opérations.

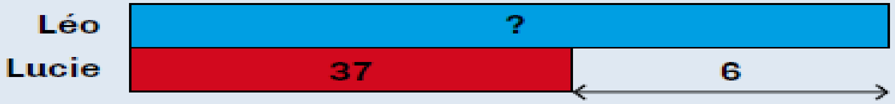
Dans le champ additif :



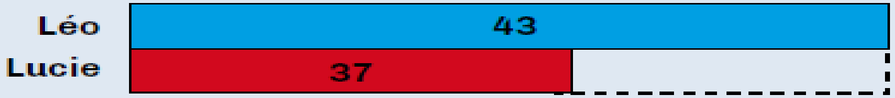
Lien avec la comparaison : « de plus » et « de moins » - Poser la question : « qui est le plus grand ?, qui en a le plus ? »

Exemple : « *Lucie a 37 billes. Léo a 6 billes de plus que Lucie. Combien de billes a Léo ?* »

Ce problème peut être traité au CP en s'appuyant sur la numération avec la représentation en barres de 10 et des cubes unité.



À partir du CE1, la modélisation par le schéma en barres va permettre tout au long des cycles 2 et 3 de visualiser les quantités en jeu : représenter la grande quantité, matérialiser éventuellement la différence et se ramener par la suite à des problèmes de parties-tout[46] :

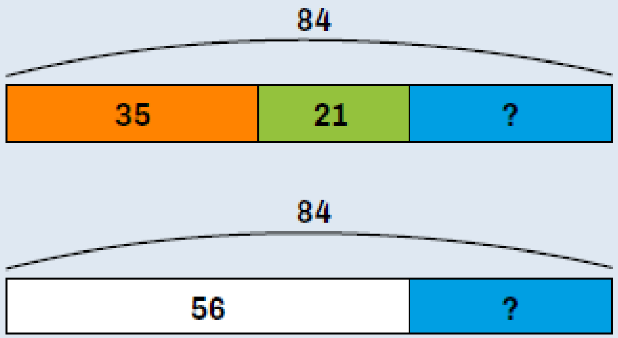


Quelques éléments du continuum didactique au cycle 2 et au cycle 3

Résoudre des problèmes complexes :

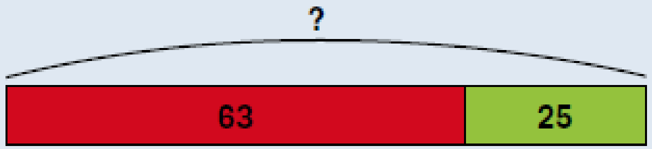
La modélisation installée pour les schémas parties-tout donne une stratégie d'enseignement pour apprendre à résoudre des problèmes à deux étapes en les ramenant explicitement et visuellement à des problèmes en une étape.

Exemple 1 : « *Dans la bibliothèque de la classe, il y a 84 livres. Il y a 35 albums, 21 bandes dessinées. Les autres sont des livres documentaires. Combien y-a-t-il de livres documentaires ?* »

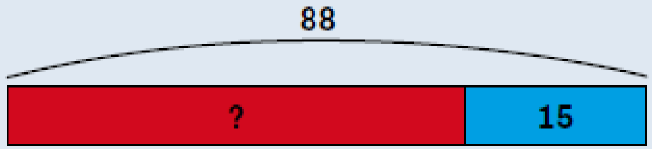


Exemple 2 : « *Dans la bibliothèque de la classe, il y a 63 livres. Le professeur en apporte 25 de plus. Les élèves en empruntent 15. Combien y a-t-il alors de livres dans la bibliothèque de la classe ?* »

- **Étape 1 :** 25 livres de plus dans la bibliothèque



- **Étape 2 :** on emprunte 15 livres



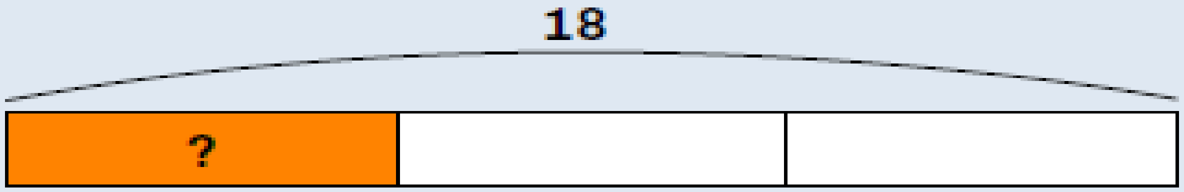
Quelques éléments du continuum didactique au cycle 2 et au cycle 3

Lien avec l'introduction ultérieure de la fraction

En guidant la démarche à l'aide de la manipulation de cubes, il est possible pour le professeur de présenter un schéma multiplicatif lors d'une situation de partage.

Exemple 1 : « *3 enfants se partagent 18 images* [donner ces images]. *Combien d'images aura chaque enfant ?* » (CP)

Exemple 2 : « *Paul a 18 billes. Il en donne un tiers à Julie. Combien de billes Julie reçoit-elle ?* » (Cycle 3)



De même, on obtient un schéma similaire au cycle 3 dans l'exercice suivant : « *Construis un rectangle et colorie un tiers du rectangle* ».

Quelques éléments du continuum didactique au cycle 2 et au cycle 3

Les écrits en résolution de problèmes et l'importance de l'institutionnalisation

> La démarche de résolution de problèmes s'appuie sur différents moments – manipulation active, verbalisation, représentation de la situation – qui participent à la modélisation.

Les supports des élèves : cahier personnel et cahier de leçons

Les outils collectifs : l'affiche

Le rôle essentiel de l'institutionnalisation :

Mettre en place des mises en commun et une institutionnalisation finale

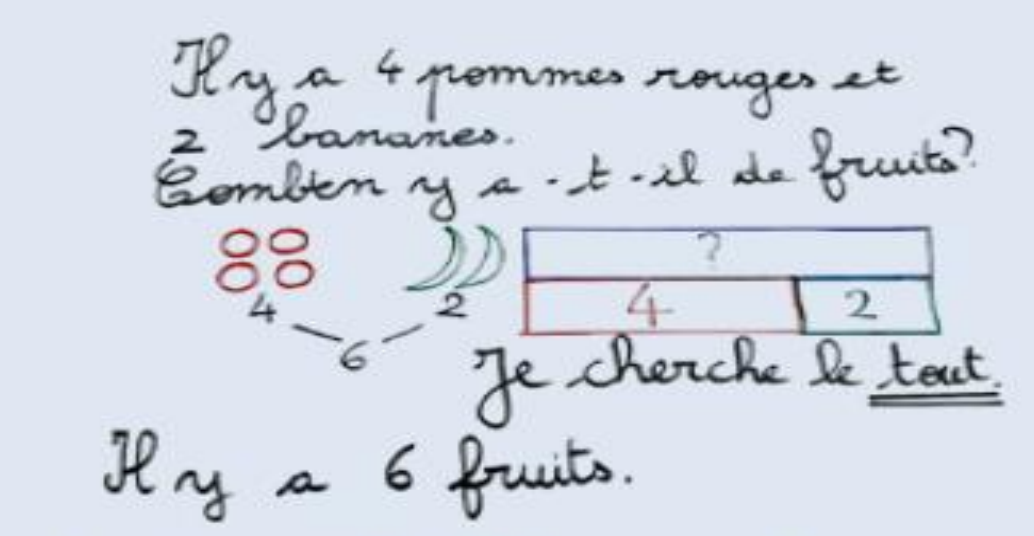


Figure 37. Exemple de bilan de savoir constitué sous forme d'affiche de classe de début de CP.

En résumé

- **Il s'agit d'enseigner la résolution de problèmes.** L'enseignement explicite de la résolution de problèmes s'appuiera sur des temps d'institutionnalisation guidés par le professeur qui permettront de hiérarchiser les procédures en prenant en compte leur efficacité et leur économie. **L'objectif n'est cependant pas d'enseigner une typologie de problèmes.**

- L'enjeu est de permettre aux élèves de réussir **seuls** les problèmes arithmétiques relevant du CP en enrichissant la mémoire des problèmes de chacun[50]. Le temps consacré à la résolution des problèmes basiques doit donc être conséquent et régulier. Il importe aussi de proposer des problèmes à deux étapes (problèmes complexes).

- Le triptyque « **manipuler, verbaliser, abstraire** » offre des repères pour concevoir l'enseignement de la résolution de problèmes. L'articulation entre matériel, représentations associées et les notions mathématiques convoquées est essentielle. Il convient donc à ce titre de privilégier dès le CP des matériels décontextualisés tels que les cubes emboîtables.

- Articuler représentation et modélisation : l'appui dès le CP sur des représentations à l'aide de schémas (notamment des schémas en barres) pourra faciliter l'accès à la modélisation et préparer un continuum didactique du cycle 2 au cycle 3 pour l'enseignement de la résolution de problèmes.

4) Quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques au CP ? p103 à 114

Les matériels utiles dans l'apprentissage des mathématiques

Choix du matériel – proposé individuellement et collectivement

Etude concernant le choix du matériel, 4 principes généraux d'utilisation de matériel en mathématiques susceptibles de favoriser les apprentissages.

- Le premier principe concerne **le temps d'utilisation d'un matériel**. Pour avoir des effets sur les apprentissages, **l'utilisation d'un matériel doit être régulière, constante et sur une longue période** (supérieure à un an). Cette exposition longue et répétée permettrait aux enfants de mieux identifier et comprendre la relation entre le concept et le matériel qui le représente.
- Le deuxième principe concerne **la transparence du matériel utilisé** : plus les représentations proposées sont proches physiquement du concept à étudier, plus les enfants seront capables de comprendre la relation entre eux. Pour l'apprentissage, il s'agirait ainsi de **commencer par des représentations figuratives et d'avancer petit à petit vers des représentations plus abstraites** d'un même concept.
- Le troisième principe concerne **la nature du matériel**. Si celui-ci est un objet utilisé à d'autres fins, il pourrait détourner, voire empêcher l'apprentissage. En effet, un matériel qui donnerait envie de jouer pourrait distraire et empêcher l'enfant de faire des liens entre l'objet et le concept mathématique qu'il représente. Au contraire, un matériel plus sobre pourrait aider l'enfant à diriger son attention directement sur les liens entre l'objet et le concept représenté. Ainsi il conviendrait **d'éviter l'utilisation d'un matériel qui ressemble trop à des objets de la vie de tous les jours** ou qui ont des caractéristiques qui pourraient détourner les enfants de l'objectif d'apprentissage visé.
- Le quatrième principe concerne **l'explicitation du lien entre le matériel et le concept qu'il représente**. Les enfants ont des difficultés à extraire eux-mêmes la signification abstraite d'un symbole. **L'explicitation par le professeur permet à l'enfant de diriger son attention directement vers les caractéristiques pertinentes du matériel**, c'est-à-dire l'aspect mathématique sur lequel on veut travailler.

4) Quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques au CP ? P106 et 107

Les outils et logiciels du numérique éducatif

Les tableaux blancs interactifs – les tablettes numériques et les ordinateurs

Sites *Freudenthal institute, calcul@tice, l'Attrape-nombres, la course aux nombres.*

Partenariat d'innovation et d'intelligence artificielle (P2IA).

4) Quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques au CP ? p107

Matériels incontournables devant être mis à disposition des élèves dans la classe.

Pour la numération écrite chiffrée et la numération orale :

Figure 38. Illustrations de 34 unités = 14 unités 2 dizaines = 3 dizaines 4 unités.

Pour le calcul (technique opératoire de l'addition en colonnes), idem pour résolution de problèmes arithmétiques (schématisation en barres).

Figure 39. Illustration de 27 + 18 = 45.

4) Quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques au CP ? p109

La frise numérique : pour travailler la numération orale

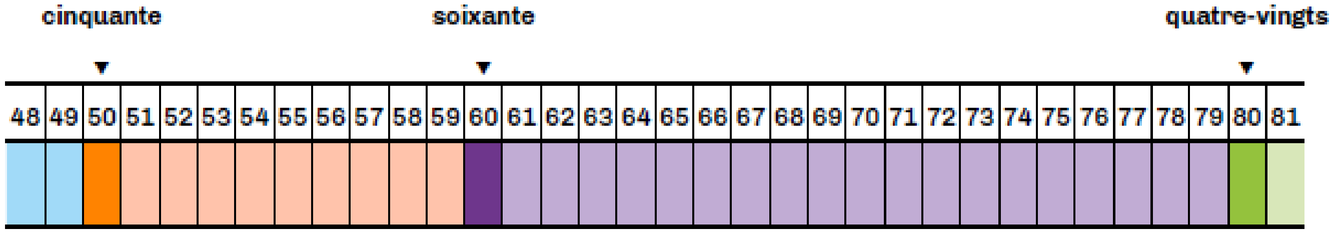


Figure 40. Exemple d'une frise numérique faisant apparaître petite et grande comptines.

Pour travailler la numération écrite chiffrée

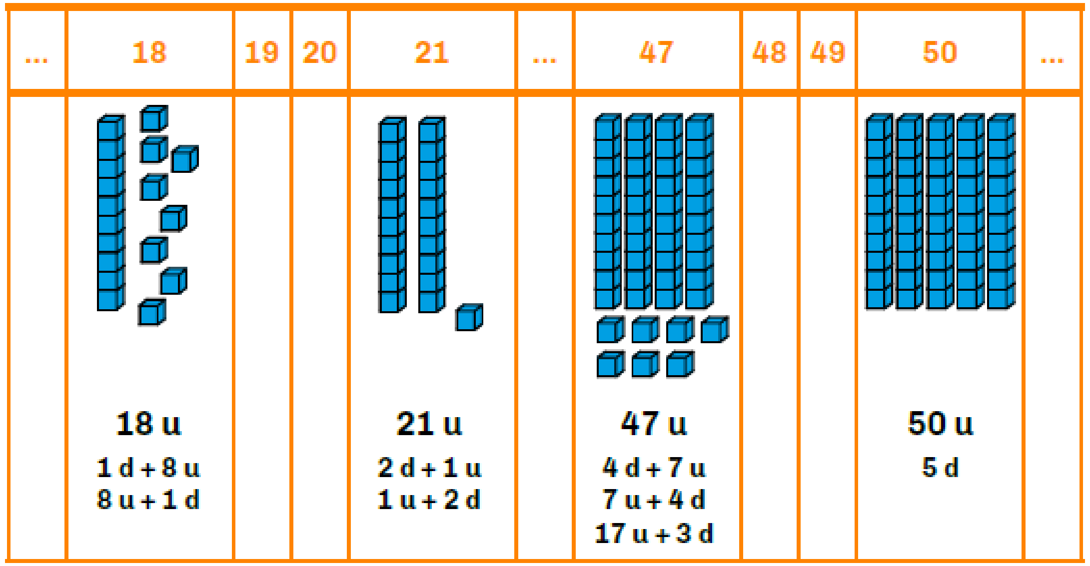
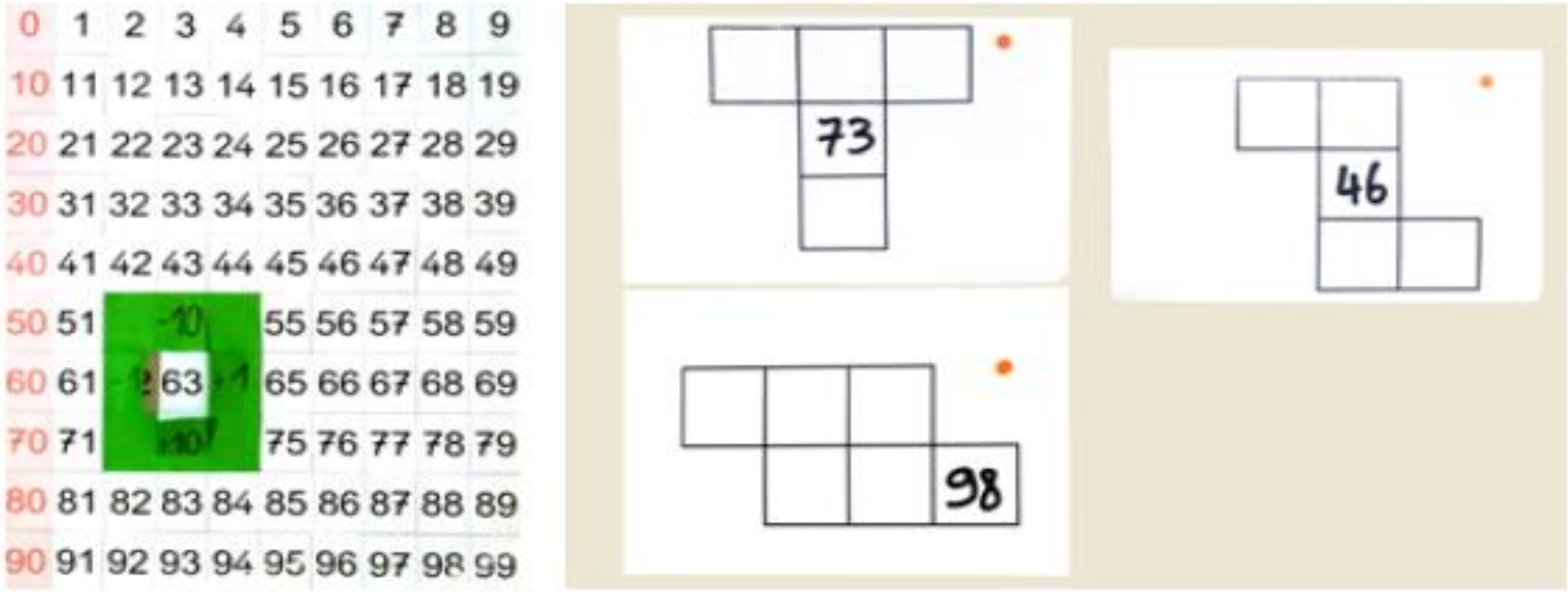


Figure 41. Autre exemple de frise numérique, pour travailler la numération écrite chiffrée.

4) Quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques au CP ? p110

Tableau de nombres

Cet outil met en lumière les régularités du système de numération écrite chiffrée.

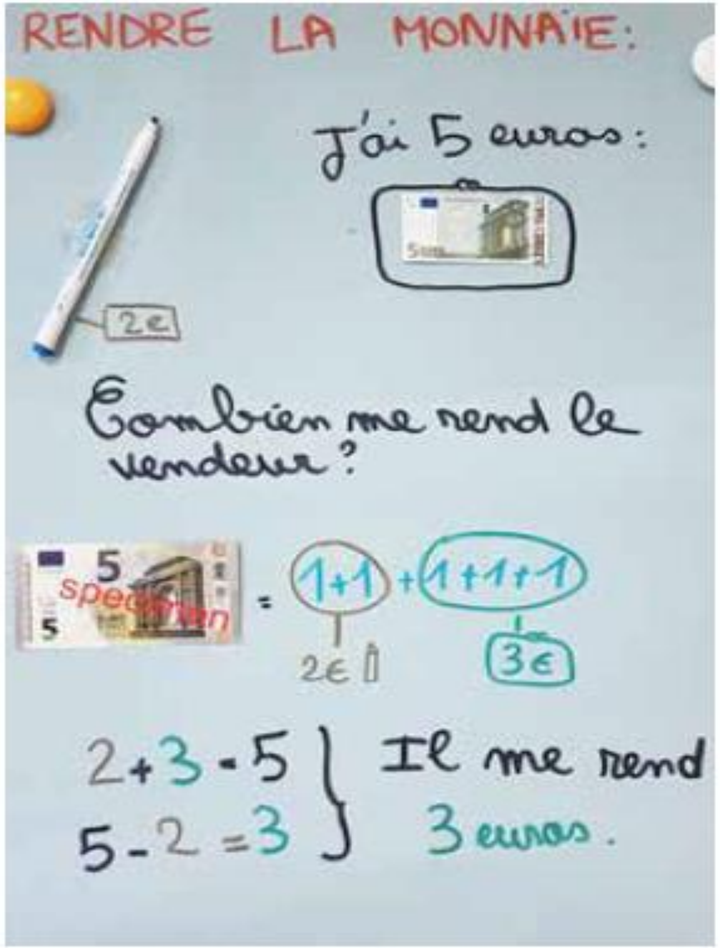


Figures 42 et 43. Exemples de tableaux des nombres.

4) Quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques au CP ? P111 à 113

Matériels complémentaires pouvant être mis à disposition des élèves : <u>intérêts</u> et limites.

dizaines	unités
d	**u**



En résumé

- L’utilisation de matériel doit être régulière et constante sur une longue période. Le matériel doit être le plus transparent possible, il ne doit pas ressembler à des objets de la vie courante et le lien qui le lie avec le concept qu’il représente doit être explicité par l’enseignant.

- Les cubes emboîtables sécables, la frise numérique ainsi que le tableau des nombres sont considérés comme des matériels incontournables devant être mis à la disposition de chaque élève pour qu’il les utilise de façon individuelle.

- D’autres matériels, comme des compteurs, du matériel multibase, de la monnaie ou encore des tableaux de numération peuvent aussi être proposés aux élèves, en complément des matériels cités précédemment.

5) Le jeu dans l'apprentissage des mathématiques p115 à 128

Des jeux pour s'entrainer au calcul : sous forme de logiciels numériques, le jeu du lucky luke, le bon débarras, les cartes recto verso, le yams, …

Le jeu nécessaire mais pas suffisant, les bénéfices sont nombreux, nécessité de s'interroger sur les variables.

Analyse du jeu du saladier, p119

Figure 46. La quantité de départ, ici 7, est représentée par des jetons.

Figure 47. Le joueur B cache une partie des jetons sous le gobelet et demande au joueur A de trouver le nombre de jetons cachés.

Figure 48. Le gobelet est soulevé après la réponse de l'élève A et sa proposition de justification.

5) Le jeu dans l'apprentissage des mathématiques

Analyse d'un jeu de déplacement sur piste p 121, proposer une feuille de score.

RÈGLE DU JEU

Déplacements sur une suite de cases du type :

1																	

Chaque joueur, à tour de rôle, lance deux dés, éventuellement adaptés (faces avec des nombres allant de 1 à 3, constellations ou chiffres), et place son pion, pour commencer, sur la case correspondant au nombre obtenu (somme des faces supérieures des deux dés).

Chaque joueur, à tour de rôle, lance ensuite les deux dés et se déplace sur la piste d'autant de cases que le nombre indiqué par les dés.

La partie s'arrête après avoir effectué trois lancers de dés.

On écrit pas les nombres dans les cases de la piste.

5) Le jeu dans l'apprentissage des mathématiques

Analyse du jeu du chiffroscope, un jeu collaboratif p 123

OBJECTIF D'APPRENTISSAGE

Figure **49.** Cartes issues du jeu du Chiffroscope.

Travailler l'écriture chiffrée d'un nombre à partir de différentes situations de codage et de conversion (écrire un nombre en chiffres à partir d'une décomposition en unités de numération).

Tableau : Focus Analyse des jeux mathématiques p 126, grille de lecture sur la pertinence d'un jeu mathématique.

En résumé

- Pour que le jeu permette des apprentissages mathématiques, il est nécessaire qu'il ait été explicitement pris en charge dans la conception de la situation d'enseignement sous l'aspect d'une double valence didactique et ludique. Le jeu est alors vu dans la situation comme moteur de la dévolution, l'élève s'investissant tant au niveau intellectuel qu'au niveau affectif. Il se rapproche des mathématiques en ce qu'il amène l'élève à faire des choix, prendre des décisions, anticiper un résultat.

- À travers le jeu, les élèves vont prendre plaisir à développer des stratégies et des raisonnements mathématiques, avec pour objectif l'apprentissage de stratégies et leur optimisation par des phases de verbalisation pour réussir le défi relevé.

6) Comment analyser et choisir un manuel de mathématiques pour le CP ? P 129 à 138

Outiller les professeurs afin de les aider à déterminer les avantages et les points de vigilance d'un manuel.

Approcher globalement le manuel :

Manuel de l'élève – guide du professeur – organisation de la programmation – format des enseignements – formats des séances – institutionnalisation – différenciation – évaluation.

Approcher le manuel sous l'aspect des contenus :

Programmation – numération orale/écrite chiffrée – calcul mental – calcul posé – résolution de problèmes.

En résumé

Dans le cadre du travail de conception de l'enseignement, le manuel est un appui très largement exploité.
En mathématiques, son choix pourra être encadré par les points essentiels suivants :

— la programmation proposée, au regard de l'organisation générale du manuel et de sa conformité aux instructions officielles ;

— la construction du nombre avec la présence d'un travail articulé autour des deux systèmes de numération orale et écrite chiffrée ;

— la progression en calcul mental (séquences : mémorisation des faits numériques, développement et automatisation de procédures de calcul) et l'approche du calcul posé ;

— la régularité de la résolution de problèmes dans tous les domaines ;

— la structure globale des séances d'apprentissage proposées, en termes de manipulation, d'institutionnalisation, d'entraînement, de différentiation, d'évaluation.

7) Programmer, sa progression au CP p139 à 148

Les progressions pour les périodes 1 et 2 : les 2 systèmes de numération, les calculs, la résolution de problèmes arithmétiques.

EXPLORER LES « PETITS » NOMBRES EN UTILISANT LE SYSTÈME DE NUMÉRATION ORAL

— Renforcement des connaissances de la grande comptine de un à dix-neuf et de la petite comptine de un à neuf pour construire une frise numérique structurée au moins jusqu'à trente.

Si le premier type d'itinéraire d'enseignement est emprunté par la suite (cf. le second temps ci-après : « Construire le système de numération écrit chiffré » et le chapitre 1), il est possible d'aller au-delà de trente pour cette comptine, afin d'avoir la possibilité d'introduire les écritures chiffrées pour ces nombres à partir de leur nom. Si le second itinéraire est emprunté, il faut se limiter à trente-et-un.

— Usages sociaux tels que la date.
— Dénombrement, estimation et comparaison de petites collections (jusqu'à vingt).
— Comparaison de nombres selon leur nom (ordre d'arrivée dans la comptine) – au moins jusqu'à trente.
— Calcul mental (jusqu'à vingt) : techniques et explicitation, lien avec les problèmes arithmétiques.

CONSTRUIRE LE SYSTÈME DE NUMÉRATION ÉCRIT CHIFFRÉ

— 1er temps : la dizaine
  - Travail sur la dizaine

Ce travail est nécessaire quel que soit l'itinéraire d'enseignement adopté par la suite dans le second temps.

— 2d temps : construction du système de numération écrit chiffré
  - Compréhension/construction des écritures chiffrées en termes de dizaines et unités, via des comparaisons, dénombrements et estimations de collections.

Les calculs : périodes 1 et 2

CALCUL MENTAL

Les apprentissages se fondent sur une bonne connaissance de la comptine numérique (numération orale) jusqu'à vingt, puis trente.

Faits numériques

— Tables d'addition : introduction de certains résultats.
— Doubles des nombres (nombres jusqu'à 5 puis jusqu'à 10).
— Compléments à dix (nombres jusqu'à 10).
— Somme de deux nombres (résultat inférieur à 10).
— Décompositions additives des nombres (nombres jusqu'à 10).

Procédures élémentaires

— Ajout de 1, retrait de 1 (nombres jusqu'à 30).
— Ajout de 2, retrait de 2 (nombres jusqu'à 30).
— Ajout de 10 (aux nombres jusqu'à 10).
— Soustraire à 10 un nombre ≤ 5 (par exemple 10 – 3).
— Commutativité de l'addition (5 + 3 = 3 + 5).

Combinaison de procédures

— Additions de deux nombres dont le résultat est ≤ 20, sans franchissement de dizaine (12 + 6).
— Soustractions de type a – b avec a ≤ 20 et b < 10 (9 – 3, 15 – 5, etc.).

Les calculs, les procédures et les réponses sont indiqués soit à l'oral soit par des écritures chiffrées.

Symboles mathématiques

— Utilisation progressive des symboles « = », « + », « – » (en période 2).

La résolution de problèmes arithmétiques : périodes 1 et 2

PROBLÈMES ADDITIFS

Dans les deux types de problèmes traités ici, les stratégies élémentaires de dénombrement du début d'année évoluent progressivement vers des stratégies de dénombrement en appui sur des représentations figuratives ou schématiques des collections. Certains élèves commenceront à mobiliser des stratégies de calcul (utilisation de résultats mémorisés).

— Problèmes de parties-tout avec recherche du tout (nombres inférieurs à 10 pour chacune des parties).
— Problèmes de parties-tout avec recherche d'une des parties (en période 2, nombres inférieurs à 10).
— Problèmes de transformation (positive ou négative) avec recherche de la quantité finale (nombres inférieurs à 10 pour chacune des parties).

Les écritures mathématiques avec les symboles « + », « – » et « = » sont proposées par le professeur et discutées avec les élèves après que ceux-ci ont résolu le problème. Elles ne sont pas exigées des élèves lors de cette résolution.

Afin qu'ils prennent du sens, il est nécessaire de proposer dès que possible des séances où l'un et l'autre des signes « + » et « – » sont mobilisés.

PROBLÈMES MULTIPLICATIFS

Ils seront principalement abordés durant les périodes 3, 4 et 5.

7) Programmer, sa progression au CP p139 à 148

Les progression pour les périodes 3 à 5 :

Explorer les nombres en utilisant les 2 systèmes de numération + liens et dialogues entre les 2 systèmes de numération.

Symboles mathématiques

— Poursuite du travail sur les symboles « = », « + », « – ».
— Introduction éventuelle du symbole « x » (période 5 ou début de CE1).

CALCUL MENTAL

Faits numériques

— Tables d'addition (nombres jusqu'à 10) et compléments à 10.
— Double des dizaines entières (résultats jusqu'à 100).
— Moitié des nombres pairs (nombres jusqu'à 20).

Procédures élémentaires

— Ajouter 10, soustraire 10 (nombres jusqu'à 100).
— Dans le cadre de la construction des tables d'addition (suite et fin) – nombres jusqu'à 20 : presque-doubles : 6 + 5 ; 8 + 7, etc. ; appui sur 10 (par exemple, 7 + 5 = 10 + 2 donc 7 + 5 = 12).
— Commutativité et associativité de l'addition (5 + 3 = 3 + 5 ; 7 + 18 + 3 = 18 + 10) – nombres jusqu'à 100.
— Addition et soustraction de dizaines entières (40 + 30 ; 45 – 30) – nombres jusqu'à 100.

CALCUL EN LIGNE

Le calcul en ligne permet notamment de traduire mais aussi d'enrichir les calculs effectués mentalement, grâce à un recours à l'écrit et à l'introduction progressive et graduée d'un formalisme.

— Addition de deux nombres sans franchissement de dizaine (35 + 4 ; 72 + 5) puis avec franchissement de dizaine (37 + 53 ; 26 + 9) – nombres jusqu'à 100.
— Soustraction de deux nombres sans retenue (84 – 12 ; 35 – 4 ; 78 – 5).
— Soustraction de deux nombres avec franchissement d'une dizaine (15 – 6 ; 13 – 5) type a – b avec b < 10.

CALCUL POSÉ

— Introduction de l'algorithme de l'addition posée (nombres jusqu'à 100).
— Entraînements dans divers cas, notamment avec des sommes de trois termes générant des retenues de 1 ou 2 dizaines.

7) Programmer, sa progression au CP p139 à 148

Résolution de problèmes, périodes 3 à 5 :

Problèmes additifs : reprise des catégories de problèmes sur un champ numérique plus étendu.

- Problèmes de parties-tout avec recherche du tout (éventuellement 3 parties).
- Problèmes de parties-tout avec recherche d'une des parties.
- Problèmes de transformation (positive ou négative) avec recherche de la quantité finale.
- Introduction de **nouveaux types de problèmes :** problème de transformation avec recherche de la transformation, …
- Proposition de problèmes **complexes** : problèmes de parties-tout mettant en jeu 3 collections avec recherche d'une des parties (2 étapes).

Problèmes de transformation mettant en jeu 2 transformations successives avec recherche de l'état final (2 étapes).

Problème de transformation avec recherche de l'état initial.

Problème de comparaison.

Problèmes multiplicatifs : recherche du produit, du nombre de parts, de la valeur d'une part.

En résumé

- Il existe certaines marges de manœuvre dans la programmation. Celle qui est proposée dans ce chapitre permet d'indiquer des repères forts sur les apprentissages, mais aussi ce qui peut être adapté selon le travail en concertation sur le niveau (en particulier les classes de CP dédoublées), sa classe, ses élèves, pour que chaque professeur puisse se l'approprier[75].

- Le programme officiel fixe des objectifs de cycle, avec des repères par année. Les objectifs de CP sont mis en perspective avec ceux du cycle 2. Le choix de la programmation au CP concerne donc toute l'équipe enseignante de l'école.

Bibliographie et outils de référence P149 à 155

Documents institutionnels P 150 et 151:

*« Attendus de fin de CP. **Eduscol** »*

*« Repères annuels de progression pour le cycle 2. **Eduscol** »*

*« Ressources d'accompagnement du programme de mathématiques (cycle 2). **Eduscol** » - « Evaluation des niveaux de maîtrise du socle commun en mathématiques. **Eduscol** »*

*« Banque de ressources (BRNE) en mathématiques des cycles 3 et 4. **Eduscol** »*

*« Utiliser les évaluations au CP pour faire progresser les élèves. **Eduscol** »*

*« Le nombre au cycle 2, ressources pour faire la classe, **CNDP-CRDP** » - « Les mathématiques par le jeu. **Eduscol** »*

*« Enseignement du calcul : un enjeu majeur pour la maîtrise des principaux éléments de mathématiques à l'école primaire » - « La résolution de problèmes à l'école élémentaire. **BOEN** »*

*« Un apprentissage fondamental à l'école maternelle : découvrir les nombres et leurs utilisations. **BOEN** »*

« Rapport Villani – Torossian, 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques, 2018 »

*« Avis sur la place du calcul dans l'enseignement. **Académie des sciences**, 2007 »*

Bibliographie et outils de référence P149 à 155

Ouvrages, P 151 :

OUVRAGES

- Barth Britt-Mari, *L'Apprentissage de l'abstraction*, Retz, 2011.
- Bolsius Christophe, *Fort en calcul mental ! Connaissances et stratégies pour réussir*, Scéren – CRDP de Lorraine, 2011.
- Bruner Jerome S., *The Relevance of education*, Norton, New York, 1973.
- Charnay Roland, *Réussir en maths à l'école c'est possible !*, Hatier éducation, 2018.
- Dias Thierry, *Enseigner les mathématiques à l'école – Une démarche positive pour des apprentissages réussis*, Magnard, 2018.
- Djament Daniel, Gamo Sylvie, *Le Calcul mental à l'école élémentaire – Les bases du calcul nécessaires à l'apprentissage des mathématiques*, Hachette éducation, 2018.
- Fagnant Annick, *Enseignement et apprentissage des mathématiques*, chapitre 5, « Résoudre et symboliser des problèmes additifs et soustractifs en début d'enseignement primaire », p. 131-150, De Boeck Supérieur, 2008.
- Fayol Michel, *L'Acquisition du nombre*, Presses Universitaires de France, coll. « Que sais-je ? », 2012.
- Gueudet Ghislaine, Trouche Luc, *Ressources vives – Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*, Presses Universitaires de Rennes, 2010.
- Ifrah Georges, *Histoire universelle des chiffres*, Robert Laffont, 1981.
- Neagoy Monica, *Maths – La Méthode de Singapour*, guides pédagogiques CP et CE1, La Librairie des Écoles, 2017.
- Verschaffel Lieven, Greer Brian, De Corte Erik, "Whole number concepts and operations?", *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, p. 557-628, 2006.

Bibliographie et outils de référence P149 à 155

Articles, p 152 et 153 :

ARTICLES

- Briand Joël, « Manipuler en mathématiques… oui mais », *Au Fil des Maths*, revue de l'Apmep, n° 535, 2020.
- Briand Joël, Lacave-Luciani Marie-José, Harvouët Michèle, Bedere Dominique, Goua de Baix Véronique, « Enseigner l'énumération en moyenne section », revue *Grand N*, n° 66, p. 7-22, 2000. ➔ https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/66n2_1555676483474-pdf
- Butlen Denis, Charles-Pézard Monique, « Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. Le calcul mental, entre sens et technique », revue *Grand N*, n° 79, p. 7-32, 2007. ➔ https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/79n2_1554796874332-pdf
- Carbonneau Kira, Marley Scott C., Selig James P., "A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives", *Journal of educational psychology*, 2013. ➔ https://www.researchgate.net/publication/248701204_A_Meta-Analysis_of_the_Efficacy_of_Teaching_Mathematics_With_Concrete_Manipulatives
- Fagnant Annick, « Opérations arithmétiques et symbolisations variées. Partir des démarches informelles des élèves pour donner du sens aux apprentissages », p. 23-38, 2013. ➔ https://www.researchgate.net/publication/280615163_Operations_arithmetiques_et_symbolisations_variees_Partir_des_demarches_informelles_des_eleves_pour_donner_du_sens_aux_apprentissages
- Fuson Karen, Li Yeping, "Cross-cultural issues in linguistic, visual-quantitative, and written-numeric supports for mathematical thinking", *ZDM: The international journal on mathematics education*, 41, p. 793-808, 2009.
- Grapin Nadine, Mounier Éric, « Vers un outil d'analyse de manuels : exemple d'étude en 1re année d'école élémentaire », revue *RMé*, n° 230, p. 30-37, 2018. ➔ https://www.revue-mathematiques.ch/files/7615/3864/4175/RMe-230-Grapin.pdf
- Grapin Nadine, Mounier Éric, « Méthodologie d'analyse de manuels et étude du manuel *Méthode de Singapour CP* », revue *Grand N*, n° 102, p. 57-92, 2018.
- Guedin Nolwenn, Thevenot Catherine, Fayol Michel, « Des doigts et des nombres », *Psychologie Française*, 63(4), p. 379-399, 2018.
- Houdement Catherine, « Résolution de problèmes arithmétiques à l'école », revue *Grand N*, n° 100, p. 59-78, 2017. ➔ https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/100n3_1572699310489-pdf
- Laski Elida V., Jor'dan Jamilah R., Daoust Carolyn, Murray Angela K., "What makes mathematics manipulatives effective? Lessons from cognitive science and Montessori education", 2015. ➔ https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/2158244015589588
- MacIntosh Alistair, "Number sense in school mathematics: student performance in four countries", Monograph series 5, Perth MASTEC, 1997.
- MacIntosh Alistair, J. Reys Barbara, E. Reys Robert, "A proposed framework for examining basic number sense", s. d., 7, 1992.
- Mounier Éric, Grapin Nadine, Pfaff Nathalie, « Lire et écrire les nombres. Quelle place dans l'apprentissage des numérations au cycle 2 ? », revue *Grand N*, n° 106, 2020. ➔ https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/grand-n/consultation/numero-106-grand-n/2-lire-ecrire-les-nombres-quelle-place-dans-l-apprentissage-des-numerations-au-cycle-2--750635.kjsp
- Priolet Maryvonne, « Regard sur les utilisations des manuels scolaires de mathématiques par les professeurs des écoles en France métropolitaine », revue *Grand N*, n° 102, p. 93-111, 2018.
- Soury-Lavergne Sophie, Croquelois Stéphanie, Martinez Jean-Luc, Rabatel Jean-Pierre, « Conceptions des élèves de primaire sur la numération décimale de position », revue *RMé*, n° 233, 2020.
- Vergnaud Gérard, « La théorie des champs conceptuels », *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(23), p. 133-170, 1990.
- Verschaffel Lieven, Torbeyns Joke, De Smedt Bert, "Young children's early mathematical competencies: analysis and stimulation", CERME 10, février 2017, Dublin, Ireland.

Bibliographie et outils de référence P149 à 155

Rapports, contributions et conférences, P 154 et 155 :

RAPPORTS, CONTRIBUTIONS ET CONFÉRENCES

— Conférence de consensus, « Nombres et opérations, premiers apprentissages à l'école primaire », Cnesco, 2015 : ➔ http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Recommandations-du-jury.pdf

— Butlen Denis, Charles-Pézard Monique, Masselot Pascale, « Apprentissage et inégalités au primaire : le cas de l'enseignement des mathématiques en éducation prioritaire », contribution au rapport du Cnesco sur les inégalités scolaires d'origine sociale et ethnoculturelle, 2015. ➔ http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Enseignement-en-éducation-prioritaire.pdf

— Divisia Anne, Mastrot Géraldine, Croset Marie-Caroline, Stoffel Hélène, « Quelles modalités pour construire un rituel de numération efficace au cycle 2 ? », actes du 45ᵉ colloque de la Copirelem, Blois, p. 514-529, 2018.

— Guedin Nolwenn, « Donner du sens aux nombres et à leurs utilisations – de la manipulation à la symbolisation. Intérêts d'une pédagogie multimodale », actes du 44ᵉ colloque Copirelem, p. 376-389, 2017.

— Mounier Éric, Priolet Maryvonne, « Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire – De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire », Cnesco, Ifé-ENS Lyon, 2015. ➔ http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Manuels.pdf

— Mounier Éric, « Une analyse de l'enseignement de la numération. Vers de nouvelles pistes », 2010. ➔ https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00550721v1/document

— Pelay Nicolas, « Jeu et apprentissages mathématiques : élaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique », Université Claude-Bernard - Lyon I, 2011. ➔ https://halshs.archives-ouvertes.fr/tel-00665076/

— Priolet Maryvonne, Mounier Éric, « Le manuel scolaire : une ressource au "statut paradoxal" – Rapport de l'enseignant au manuel scolaire de mathématiques à l'école élémentaire », Éducation et didactique, 12-1, p. 79-100, 2018. ➔ https://journals.openedition.org/educationdidactique/3041

— Sander Emmanuel, « La résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux », A.N.A.E., 156, 611-619, 2018.

— Sander Emmanuel, « Quelles relations entre résolution de problèmes et opérations ? », Cnesco, 2015. ➔ https://www.cnesco.fr/fr/numeration/paroles-dexperts/resolution-de-problemes-et-operations/